Dynamische Systeme in der Biologie – Sommersemester 2017

7. Übungsblatt (5.7.2017)

(1) HIV Modell I - Encore:

In der Vorlesung haben wir ein HIV-Modell besprochen. Bei Inhibition der reversen Transkriptase führte dies auf folgende Differentialgleichung für die Menge der freien Viruspartikel:

$$\frac{dv(t)}{dt} = -\,u\,v(t) + k\,e^{-at}\,y_0$$

Nun mit dem richtigen Vorzeichen vor dem zweiten Term auf der rechten Seite der Gleichung - vielen Dank an Jingzhi Zhang für diesen Hinweis! Wir hätten dies schon gestern erkennen können: der erste Term stellt den Verlustprozess dar, der zweite den (in der Zeit exponentiell abnehmenden) *Zuwachs* an Viruspartikeln - und muss daher positiv sein. Fazit: Wir sollten nicht nur auf mögliche Fehler in der eigenen Rechnung achten sondern auch darauf, ob die Fragestellung richtig formuliert wurde ... ;)

(a) Lösen Sie diese Differentialgleichung. Berücksichtigen Sie dabei, dass $k\,y_0 = u\,v_0$.
(b) Diskutieren Sie die Lösung für lange Zeiten unter der Annahme, dass $u >> a$.
(c) Lesen Sie vor diesem Hintergrund den vierten Absatz (The antiretroviral agents...) in der Arbeit von Wei et al. (siehe WebSite) und vergleichen Sie die Aussagen mit Ihren Ergebnissen.

(2) HIV Modell II:

In der Vorlesung hatten wir gesehen, dass die Wirkung von Protease Inhibitoren auf den folgenden Zeitverlauf für die Menge der Virus-produzierenden Zellen führt:

$$y(t) = \frac{y_0}{a-u}\left[a\,e^{-ut} - u\,e^{-at}\right]$$

(a) Lösen Sie mit diesem Zeitverlauf von $y(t)$ die Differentialgleichung

$$\frac{dv_N(t)}{dt} = -\,u\,v_N(t) + k\,y(t) \quad .$$

(b) Geben Sie die zeitabhängige Gesamtmenge an freien Viruspartikeln an, also $v(t) = v_N(t) + v_I(t)$ wobei $v_I(t) = v_0\,e^{-ut}$, wie wir in der Vorlesung gesehen hatten.
(c) Diskutieren Sie die Lösung $v(t)$ für lange Zeiten unter der Annahme, dass $u >> a$.
(d) Diskutieren Sie die Lösung $v(t)$ für kurze Zeiten (Taylorentwicklung).