

Dynamische Systeme in der Biologie

Übung 09: 13. Juni 2018

Aufgabe 1:

Zeigen Sie, dass für stabile Fixpunkte gilt:

$$-2 < \text{PRC}'(\theta) < 0.$$

Aufgabe 2:

Gegeben ist das folgende Integrate-and-Fire-Neuron ($b > 1$):

$$\dot{v} = b - v, \quad \text{if } v \geq 1 \text{ (Threshold), dann } v \rightarrow 0.$$

Zeigen Sie, daß die PRC die Form hat

$$\text{PRC}(\theta) = \min\{\ln(b/(b \exp(-\theta) - A)), T\} - \theta$$

wobei $T = \ln(b/(b - 1))$ die Periode der freien Oszillation und A die Amplitude des Pulses ist.

[Hinweis: Finden Sie zunächst $v(t)$ und T (ähnlich wie in Übung 8.3), und beachten Sie, daß $v_{new} = v + A$ ist.]

Aufgabe 3:

Finden Sie für das in Aufgabe 2 gegebene IF-Neuron $\dot{v} = b - v + \epsilon p(t)$ mit der in der Vorlesung besprochenen Methode von Kuramoto das zugehörige Phasenmodell

$$\dot{\theta} = 1 + \epsilon(e^\theta/b)p(t).$$

Aufgabe 4:

Folgendes System aus zwei gekoppelten Oszillatoren ist gegeben:

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_1 &= \omega_1 + c_1 \sin(\phi_2 - \phi_1) \\ \dot{\phi}_2 &= \omega_2 + c_2 \sin(\phi_1 - \phi_2)\end{aligned}$$

Bestimmen Sie die Existenz und Stabilität synchronisierter Zustände als Funktion der Parameter $\omega = \omega_2 - \omega_1$ und $c = c_2 - c_1$.