LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN

BIOZENTRUM DER LMU
DEPARTMENT BIOLOGIE II
COMPUTATIONAL NEUROSCIENCE

Mathematik für Studierende der Biologie – Wintersemester 2017/18

Grundlagentutorium 6 – Lösungen

Sebastian Groß

Termin	Mittwochs 15:45 – 17:45 | Großer Hörsaal Biozentrum (B00.019)
E-Mail	gross@bio.lmu.de
Sprechzeiten	Montags 12:30 – 13:30 | Donnerstags 12:30 – 13:30
Raum	D01.021
Telefon	(089) 2180 74825

Anmerkung: Es handelt sich hierbei um keine Musterlösung (außer bei Aufgabe 7c), sondern nur um die Endergebnisse welche als Selbstkontrolle dienen sollen. Falls Sie Fragen zur Herleitung der Ergebnisse haben, besuchen Sie bitte das Grundlagentutorium oder kommen Sie zu den Sprechzeiten bei mir vorbei.

Aufgabe 1 (Partielle Integration)

a) $-e^{-x}(x+1)+C\ ;\ C \in \mathbb{R}$

b) 1

c) $\frac{1}{2}$

Aufgabe 2 (Integration durch Substitution)

a) $\frac{1}{2}\ln(2e-1)$

b) e^4-1

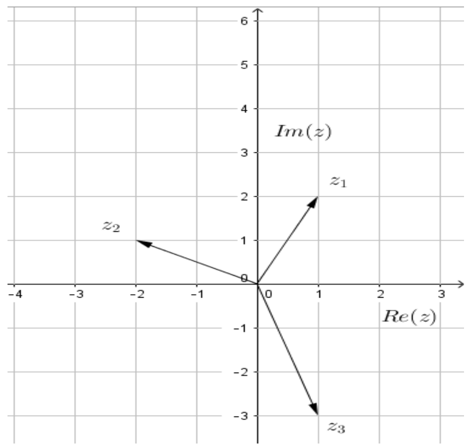
c) $\frac{2}{7}\sqrt{x+1}^7-\frac{2}{5}\sqrt{x+1}^5+C\ ;\ C \in \mathbb{R}$

Aufgabe 3 (Komplexe Zahlen I)

a) $x=i$

b) $z=2\sqrt{2}e^{\frac{7\pi}{4}}=2\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right)\right)$

c)



Aufgabe 4 (Komplexe Zahlen II)

a) Eine Kreisscheibe **mit** Rand; Mittelpunkt $M(0/0)$ und Radius $r = 4$.
b) Ein Kreis(rand); Mittelpunkt $M(1/0)$ und Radius $r = 1$.
c) Zwei Parallelen zur x −Achse gegeben durch $y = \sqrt{2}$ und $y = -\sqrt{2}$.

Aufgabe 5 (Komplexe Zahlen III)

a) $z + w = 4 + i \qquad z - w = -2 + 3i \qquad z \cdot w = 5 + 5i \qquad \frac{z}{w} = \frac{1}{10} + \frac{7}{10} i \qquad \overline{z} = 1 - 2i$
b) 1

Aufgabe 6 (Komplexe Zahlen IV)

a) $\mathbb{L} = \{\pm i\sqrt{3}\}$

b) $\mathbb{L} = \{e^{\frac{i\pi}{5}}, e^{\frac{i3\pi}{5}}, e^{i\pi}, e^{\frac{i7\pi}{5}}, e^{\frac{i9\pi}{5}}\}$

c) $\mathbb{L} = \{Re(z) \mid Re(z) \in \mathbb{R}\}$

Aufgabe 7 (Komplexe Zahlen V [Wiederholungsklausur WiSe 15/16])

a) $(x - 2i)(x + 2i) = 29$
$\leftrightarrow x^2 + 2ix - 2ix - 4i^2 = 29$
$\leftrightarrow x^2 + 4 = 29$
$\leftrightarrow x^2 = 25$
Also $x_0 = 5$ sowie $x_1 = -5$.

b) $z = \frac{-5-5i}{3+2i} = \frac{(-5-5i)(3-2i)}{(3+2i)(3-2i)} = \frac{-15+10i-15i-10}{3^2+2^2} = \frac{-25-5i}{13} = -\frac{25}{13} - \frac{5}{13} i \quad \Longrightarrow \quad Im(z) = -\frac{5}{13}$

c) **Musterlösung**

Formel von Moivre: Für $q = x + iy = re^{i\varphi}$ gilt $q^n = r^n(\cos(n\varphi) + i\sin(n\varphi))$

(Die Formel von Moivre liefert also eine einfache Möglichkeit um Potenzen komplexer Zahlen zu berechnen, man muss lediglich die Polardarstellung von q finden und in die Formel einsetzen.)

$q = -5 - 5i$ also $r = \sqrt{(-5)^2 + (-5)^2} = \sqrt{50}$ und $\varphi = \arctan\left(\frac{-5}{-5}\right) + \pi = \arctan(1) + \pi = \frac{5\pi}{4}$

Damit folgt mit Moivre ($n = 4$), dass

$$q^4 = (-5 - 5i)^4 = \sqrt{50}^4 \left(\cos\left(4 \cdot \frac{5\pi}{4}\right) + i\sin\left(4 \cdot \frac{5\pi}{4}\right)\right) = 50 \cdot 50 \cdot (\cos(5\pi) + i\sin(5\pi)) = -2500$$

(Die Formel von Moivre wurde beim zweiten Gleichheitszeichen angewendet und das letzte Gleichheitszeichen folgt aus $\cos(5\pi) = -1$ und $\sin(5\pi) = 0$.)