LMU
LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN
BIOZENTRUM DER LMU
DEPARTMENT BIOLOGIE II
COMPUTATIONAL NEUROSCIENCE

Mathematatik für Studierende der Biologie – Wintersemester 2017/18

Probeklausur

Wichtige Hinweise zur **ersten Teilklausur**:

- Die erste Teilklausur findet am Samstag, **09.12.17** von 10:00 – 12:00 Uhr im Hörsaal N00.001 des Biomedizinischen Zentrums (BMC) statt.
- Die Benutzung eines Taschenrechners ist **nicht** erlaubt.
- Die Benutzung **eines** beidseitig beschriebenen DIN A4 Blatts ist als **Hilfsmittel zugelassen**.
- Alternativ sind zwei **einseitig** beschriebene DIN A4 Blätter ebenso als Hilfsmittel zugelassen.
- Sie dürfen diese Blätter auch mit dem Computer erstellen und ebenso dürfen Sie auf ihnen alles notieren was Sie als wichtig erachten.
- Beachten Sie, dass nicht alle Aufgabentypen der Probeklausur auch Inhalt der Klausur sein müssen und, dass andersherum, Aufgabentypen der Klausur nicht unbedingt Inhalt der Probeklausur sind. Der **Inhalt** der ersten Teilklausur umfasst alle Vorlesungen bis einschließlich derjenigen am 29.11.17 sowie dem Übungsblatt 7.
- Für die Bearbeitung der Aufgaben der **ersten Teilklausur** haben Sie **60 Minuten** Zeit und können **50 Punkte** erreichen.
- Vergessen Sie **Studenten- und Personalausweis** nicht und kommen Sie **rechtzeitig** im Hörsaal an, d.h. mindestens eine Viertelstunde vor Beginn der Klausur. (Planen Sie bitte die von den regulären Zeiten abweichenden Fahrpläne der MVG am Wochenende mit ein!)

Aufgabe 1 (Betrag) (5)

Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, welche die folgende Ungleichung lösen.

$$|3 + x| + |-1 - x| - x - 4 \leq 0$$

Aufgabe 2 (Komplexe Zahlen) $(3 + 3 + 4 = 10)$

Im Folgenden bezeichne i die imaginäre Einheit.

a) Finden Sie die kartesische Darstellung von $z = 3e^{i\frac{5\pi}{4}}$.
b) Finden Sie alle Lösungen $z \in \mathbb{C}$ folgender Gleichung in Exponentialdarstellung $z^3 = i - 1$.
c) Finden Sie alle Lösungen $z \in \mathbb{C}$ folgender Gleichung in kartesischer Darstellung,

$$2iz = -\frac{1 + \overline{z}}{1 + i}$$

wobei $\overline{z}$ die komplex Konjugierte von z bezeichnet.

Aufgabe 3 (Extremwertproblem) (6)

Sei $f(x) = x + 6$ mit $x \in \mathbb{R}$.

Welcher Punkt P auf dem Graphen von f hat vom Koordinatenursprung minimalen Abstand? Wie lautet dann der Abstand? Leiten Sie alle Ihre Ergebnisse algebraisch her.

Bitte wenden!

Aufgabe 4 (Iterierte Abbildungen) (2,5 + 2,5 = 5)

Sei $x_{t+1} = ax_t + b$ mit $t \in \mathbb{N}_0$ und $a, b \in \mathbb{R}$.

a) Bestimmen Sie alle $a, b \in \mathbb{R}$, sodass die iterierte Abbildung **keinen** Fixpunkt besitzt.

b) Seien y_t und z_t zwei verschiedene Lösungen von obiger iterierter Abbildung.
Zeigen Sie, dass $w_t = z_t - y_t$ die zugehörige homogene iterierte Abbildung $x_{t+1} = ax_t$ löst.

Aufgabe 5 (Elemente der Kurvendiskussion) (2 + 4 = 6)

a) Zeigen Sie, dass $f(x) = \sqrt{1-(x-1)^2}$ achsensymmetrisch zur Vertikalen durch $x = 1$ ist.

b) Sei $f(x) = \frac{1}{a} \cdot |-3+x|$ mit $x \in \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$.
Untersuchen Sie mit Hilfe des Differentialquotienten, ob ein $a \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ existiert, sodass $f(x)$ bei $x_0 = 3$ differenzierbar ist.
(Hinweis: Untersuchen Sie den links- und rechtsseitigen Differentialquotienten.)

Aufgabe 6 (Umgekehrte Kurvendiskussion) (5)

Bestimmen Sie den Funktionsterm f eines reellen Polynoms 3. Grades, dessen Graph punktsymmetrisch bzgl. des Ursprungs verläuft. Bei $x = 1$ hat f die gleiche Steigung wie die Funktion $h(x) = \frac{1}{x}$ und bei $x = 2$ hat f eine Nullstelle.

Aufgabe 7 (Integralrechnung) (4 + 4 = 8)

a) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, welche die beiden Funktionen $f(x) = x + 2$ $(x \in \mathbb{R})$ und $g(x) = x^2 + x + 1$ $(x \in \mathbb{R})$ einschließen.

b) Berechnen Sie für $a \in \mathbb{R}^+$ das folgende Integral (z.B. mittels der Substitutionsregel).

$$\int_{-a}^{a} 4x^2 \sin(x^3)\, dx$$

Aufgabe 8 (Trigonometrische Umkehrfunktionen) (5)

Drücken Sie den folgenden Term ohne trigonometrische Funktionen (sin, cos, tan, etc.) aus. Überlegen Sie anhand einer graphischen Identifizierung am Einheitskreis. Geben Sie anschließend den Definitionsbereich $\mathbb{D}_f$ von f an.

$$f(x) = \cos(\arcsin(x))$$