LMU
LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN
BIOZENTRUM DER LMU
DEPARTMENT BIOLOGIE II
COMPUTATIONAL NEUROSCIENCE

Mathematik für Studierende der Biologie – Wintersemester 2017/18

Verständnistest 2

---

a) Wo liegt der Fehler?

Bestimme von $e < 0{,}5^x$ die Lösungsmenge $\mathbb{L}$ über $\mathbb{R}$.

~~Lösung~~

$$\begin{array}{cccc} & e & < & 0{,}5^x \\ \Leftrightarrow & \ln(e) & < & \ln(0{,}5^x) \\ \Leftrightarrow & 1 & < & x \cdot \ln(0{,}5) \\ \Leftrightarrow & \dfrac{1}{\ln(0{,}5)} & < & x \end{array}$$

Da $\ln(0{,}5) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln(1) - \ln(2)$ und $\ln(1) = 0$, folgt

$$\Leftrightarrow \quad -\frac{1}{\ln(2)} < x$$

$$\Rightarrow \mathbb{L} = \left]-\frac{1}{\ln(2)}\ ;\ \infty\right[$$

b) Klassifizieren Sie die folgenden iterierten Abbildungen nach linear/nicht-linear sowie homogen/inhomogen und Ordnung.

Geben Sie auch jeweils die zugehörige Iterationsfunktion $f(x)$ an.

i) $x_{t+1} - \pi = x_t^3 + \pi$

ii) $x_{t+1} = 7x_t$

iii) $x_{t+1} = \ln(1) - x_t$

iv) $x_{t+1} = \sqrt{x_t}$

c) Betrachten Sie die folgenden drei Abbildungen in denen jeweils der Graph einer linearen Iterationsfunktion (durchgezogene Linie) und die Winkelhalbierende (gestrichelte Linie) dargestellt wird. Markieren Sie jeweils den Fixpunkt x^* und bestimmen Sie dessen Stabilität.

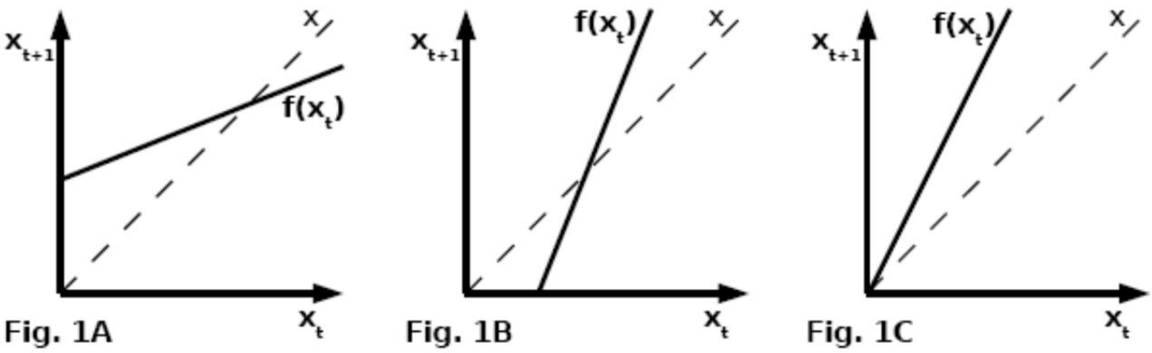

Fig. 1A Fig. 1B Fig. 1C

d) Bestimmen Sie die Lösung x_t zum Anfangswertproblem $x_{t+1} = -4 + \frac{1}{2}x_t$ mit $x(t=1) = 5 = x_1$.

Wie lauten dann die einzelnen Glieder x_0 und x_2?

Lösungen

Es handelt sich hierbei um keine Musterlösung, sondern nur um die Endergebnisse, welche als Selbstkontrolle dienen sollen. Falls Sie Fragen zur Herleitung der Ergebnisse haben, besuchen Sie bitte das Grundlagentutorium oder kommen Sie zu den Sprechzeiten bei mir vorbei.

a) Da $\ln(0{,}5) < 0$, dreht sich das Relationszeichen beim Teilen durch $\ln(0{,}5)$ um und es folgt

$$\mathbb{L} =]-\infty\,;\,-\frac{1}{\ln(2)}\,[$$

b)

(i)	Nicht-linear und inhomogen.	$f(x) = x^3 + 2\pi$
(ii)	Linear und homogen.	$f(x) = 7x$
(iii)	Linear und homogen.	$f(x) = -x$
(iv)	Nicht-linear und homogen.	$f(x) = \sqrt{x}$

Alle iterierten Abbildungen in b) sind 1. Ordnung.

c) Offensichtlich ist der Fixpunkt jeweils der Schnittpunkt der Iterationsfunktion (durchgezogene Linie) mir der Winkelhalbierenden (gestrichelte Linie).

Fig. 1A: (Asymptotisch) Stabil

Fig. 1B: Instabil

Fig. 1C: Instabil

d) $x_t = 26\left(\frac{1}{2}\right)^t - 8$ und damit $x_0 = 18$ und $x_2 = -\frac{3}{2}$.