

Mathematik für Studierende der Biologie – Wintersemester 2017/18

Verständnistest 3

a) Was bedeutet die Gleichung $f(x) = x$ geometrisch? Wo findet diese Gleichung in der Theorie der iterierten Abbildungen Anwendung?

b) Wahr oder falsch:

Jede lineare, inhomogene iterierte Abbildung I. Ordnung besitzt mindestens einen Fixpunkt.

c) Lösen Sie nach x auf.

$$\arccos^2(\cos(x)) - \log_{\pi}(\pi^{(x^2)}) + e^{5\ln(x)} = 2$$

d) Wie lautet der Definitionsbereich von $h(x) = \sqrt{-x} + \ln(-(x + 3))$?

e) Wie lautet die erste Ableitung von $g(x) = x^x$?

f) Was gibt einem die Taylor-Entwicklung 0. Ordnung einer Funktion f am Entwicklungspunkt $a = 3$ an?

Die Lösungen finden Sie auf der nächsten Seite.

Musterlösungen

- a) Dies ist eine Bedingungsgleichung die fordert, dass eine Funktion $f(x)$ gleich der Funktion $y = x$ gilt. Man findet also die Stellen x_0 von den Schnittpunkten von f mit der Winkelhalbierenden des I. und III. Quadranten.

Man benötigt diese Gleichung um die Fixpunkte x^* einer iterierten Abbildung zu bestimmen.

- b) Falsch.

Gegenbeispiel: $x_{t+1} = x_t + 1$. Die Gleichung $x = x + 1$ liefert $0 = 1$, was offensichtlich ein Widerspruch ist. Also besitzt x_{t+1} keinen Fixpunkt.

- c) Die Umkehrfunktion von $\arccos(x)$ ist $\cos(x)$. Die von $\log_\pi(x)$ ist π^x . Die von e^x ist $\ln(x)$. Also gilt:

$$\begin{aligned} \arccos^2(\cos(x)) - \log_\pi(\pi^{(x^2)}) + e^{5\ln(x)} &= 2 \\ \Leftrightarrow x^2 - x^2 + x^5 &= 2 \\ \Leftrightarrow x &= \sqrt[5]{2} \end{aligned}$$

- d) Es müssen die folgenden zwei Bedingungen gleichzeitig erfüllt sein:

I. $-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$

II. $-(x+3) > 0 \Leftrightarrow x+3 < 0 \Leftrightarrow x < -3$

Also lautet der Definitionsbereich $\mathbb{D}_h =]-\infty; -3[$.

- e) $g(x) = e^{x\ln(x)}$

$$g'(x) = (x \ln(x))' e^{x\ln(x)} = (x \ln(x))' x^x = \left(1 \cdot \ln(x) + x \cdot \frac{1}{x}\right) x^x = (\ln(x) + 1)x^x$$

- f) Den Funktionswert von f an der Stelle 3, d.h. $f(3)$.