Mathematik für Studierende der Biologie – Wintersemester 2017/18

Verständnistest 6

---

a) Was versteht man unter einem *Phönix aus der Asche* – Integral und wie löst man es?

b) Was ist in den folgenden Fällen die günstigste Substitution $u(x)$?

i) $\int \frac{6}{(2x-1)^3} dx$

ii) $\int e^{4-2x} dx$

iii) $\int x\sqrt[3]{4-x^2}\, dx$

c) Wie ist die *imaginäre Einheit* definiert?

d) Aus welcher Zahlenmenge $(\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C})$ stammt der Imaginärteil einer komplexen Zahl z? Und der der Realteil von z?

e) Berechne Real- und Imaginärteil von z, w und q.

$$z = 0, \quad w = i, \quad q = e^{i\pi}$$

f) Wie viele Lösungen muss die Gleichung

$$z^{100} - \sqrt{3} = 0$$

nach Fundamentalsatz der Algebra haben? Müssen die Lösungen verschieden sein?

g) Welche reelle Zahl verbirgt sich hinter $e^{\frac{1}{2}i\pi 10}$?

h) Sei $\phi = \left(i \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) \cdot \sqrt{5}$.

Berechne $Re(\phi)$ und $Im(\phi)$.

Die Lösungen finden Sie auf der nächsten Seite.

Musterlösungen

a) Ein Integral, welches nach partieller Integration auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens in identischer Form wieder auftaucht (es hat sich also selbst reproduziert). Man löst es, indem man es auf die linke Seite des Gleichheitszeichens bringt und dann durch einen entsprechenden Faktor teilt (siehe Grundlagentutorium 6, Aufgabe 1c).

b) Was ist in den folgenden Fällen die günstigste Substitution $u(x)$?

i) $u(x) = 2x - 1$

ii) $u(x) = 4 - 2x$

iii) $u(x) = 4 - x^2$

c) $i = \sqrt{-1}$

d) $Im(z) \in \mathbb{R}$ und $Re(z) \in \mathbb{R}$

e) $z = 0 + i \cdot 0$ also $Re(z) = 0 = Im(z)$

$w = 0 + i \cdot 1$ also $Re(w) = 0$ und $Im(w) = 1$

$q = \cos(\pi) + i\, sin(\pi) = -1 + i \cdot 0$ also $Re(q) = -1$ und $Im(q) = 0$

f) 100 Lösungen. Die Lösungen müssen *nicht* verschieden sein.

g) $e^{\frac{1}{2}i\pi 10} = e^{i(5\pi)} = \cos(5\pi) + i\, sin(5\pi) = \cos(\pi) + i\, sin(\pi) = -1$

h) $\phi = \left(i \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) \cdot \sqrt{5} = (i + 0) \cdot \sqrt{5} = \sqrt{5} \cdot i$ also $Re(\phi) = 0$ und $Im(\phi) = \sqrt{5}$