

LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN

FAKULTÄT FÜR BIOLOGIE

PROF. ANDREAS HERZ, DR. STEFAN HÄUSLER  
DEPARTMENT BIOLOGIE II  
GROSSHADERNERSTR. 2  
82152 PLANEGG-MARTINSRIED

EMAIL: HAEUSLER@BIOLOGIE.UNI-MUENCHEN.DE  
TELEFON: 089-2180-74800  
FAX: 089-2180-74803

0. Übung/Lösung — Mathematik für Studierende der Biologie — 18.10.2017

Die Aufgaben werden in den Tutorien vom 19. und 20. Oktober besprochen. Aktuelle Infos und Übungszettel finden Sie unter:

[http://neuro.bio.lmu.de/teaching/mathe-bio\\_ws17-18/index.html](http://neuro.bio.lmu.de/teaching/mathe-bio_ws17-18/index.html)

---

1. (Bruchrechnen) Berechnen sie folgende Brüche (kürzen Sie wenn möglich):

(a) $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{6}$	(b) $\frac{3}{2} / \frac{7}{9}$	(c) $\frac{1}{6} + \frac{1}{7}$
(d) $\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$	(e) $\frac{1}{c^2} + \frac{2a}{6c}$	(f) $\frac{1}{a} / (\frac{5}{a} + \frac{1}{a^2})$
(g) $\frac{6}{5} \cdot \frac{10}{3}$	(h) $\frac{2}{197} \cdot \frac{197}{3}$	(i) $\frac{3^2}{2} \cdot \frac{1}{3}$

**Lösung:**

(a) $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{6} = 1$	(b) $\frac{3}{2} / \frac{7}{9} = \frac{27}{14}$	(c) $\frac{1}{6} + \frac{1}{7} = \frac{13}{42}$
(d) $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$	(e) $\frac{1}{c^2} + \frac{2a}{6c} = \frac{3+ac}{3c^2}$	(f) $\frac{1}{a} / (\frac{5}{a} + \frac{1}{a^2}) = \frac{a}{5a+1}$
(g) $\frac{6}{5} \cdot \frac{10}{3} = 4$	(h) $\frac{2}{197} \cdot \frac{197}{3} = \frac{2}{3}$	(i) $\frac{3^2}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{2}$

---

2. (Betrag, Ungleichung) Für welche  $x$  sind folgende Ungleichungen erfüllt:

(a) $x > 1$	(b) $ x  < 1$	(c) $ x - 4  < 1$	(d) $ x  < x^2$
(e) $ 2 x  - 1  > 1$	(f) $ x - 3  \leq  x + 2 $	(g) $ x + 1  \geq  x + 2 $	

**Lösung:** Tipp: graphisch veranschaulichen

(a) $x > 1$ $\Rightarrow \mathcal{L} = (1, \infty)$	(b) $ x  < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$	(c) $ x - 4  < 1 \Rightarrow 3 < x < 5$
(d) $ x  < x^2 \Rightarrow x < -1 \vee x > 1$	(e) $ 2 x  - 1  > 1 \Rightarrow x < -1 \vee x > 1$	
(f) $ x - 3  \leq  x + 2 $ $\Rightarrow x \geq 1/2 \Rightarrow \mathcal{L} = [1/2, \infty)$	(g) $ x + 1  \geq  x + 2 $ $\Rightarrow x \leq -3/2 \Rightarrow \mathcal{L} = (-\infty, -3/2]$	

---

3. (Dreisatz, Bruchrechnen: ohne Taschenrechner!) Wie viel Liter Milch geben 9 Kühe in 3 Tagen, wenn 4 Kühe in 10 Tagen 360 Liter Milch geben? Wie viele Kühe benötigt man, um jeden Tag 18 Liter Milch zu erhalten?

**Lösung:** 243 Liter, 2 Kühe

---

4. (Dreisatz, Bruchrechnen: ohne Taschenrechner!) Nach Eingang einer Bestellung benötigen sechs Maschinen für die Produktion der bestellten Waren 3 Tage. Unabhängig vom Umfang des Auftrags muss für den Versand ein weiterer Tag gerechnet werden. Wie viele Tage würden vom Eingang der Bestellung beim Hersteller bis zum Eintreffen der Ware beim Besteller vergehen, wenn die bestellte Menge um 50% über der oben angegebenen liegt, beim Hersteller jedoch nur noch drei Maschinen zur Verfügung stehen?

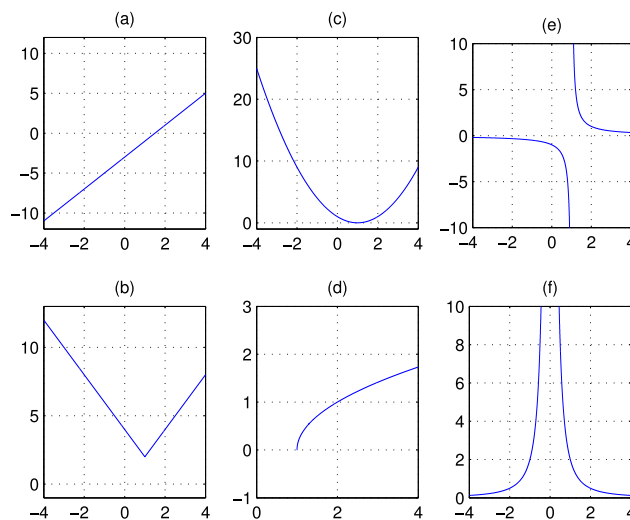
**Lösung:** 10 Werkzeuge

---

5. (Funktionen) Skizzieren Sie folgende Funktionen:

- (a)  $f(x) = -3 + 2x$       (c)  $p(r) = (1 - r)^2$       (e)  $T(y) = -\frac{1}{1-y}$   
 (b)  $f(x) = 2(|x - 1| + 1)$       (d)  $z(t) = \sqrt{t-1}$       (f)  $h(x) = \frac{2}{x^2}$

**Lösung:**



6. (Potenzgesetze) Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke unter der Annahme, dass alle Variablen positiv sind:

- (a)  $x^3 x^5$       (b)  $s^5 (s s^{-2})^4$       (c)  $\frac{\alpha^5 v^4}{v^4 \alpha^2}$       (d)  $\frac{\sqrt{x}}{x^{-\frac{1}{2}}}$   
 (e)  $\frac{\sqrt{y^3}}{y}$       (f)  $\frac{q^{(3^2)} \sqrt{q}}{(\sqrt{q})^5}$       (g)  $r^t s^t p^{2t}$

**Lösung:**

- (a)  $x^8$                       (b)  $s$                       (c)  $a^3$                       (d)  $x$   
(e)  $\sqrt{y}$                       (f)  $q^7$                       (g)  $(r s p^2)^t$
- 

7. (Exponentialfunktion, Logarithmus) Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke falls möglich.

- (a)  $\log(10^3 10^2)$                       (b)  $\ln(x^2 + e)$                       (c)  $\frac{1}{3} \log(x^{-6})$   
(d)  $\pi^{\log_\pi((x-1)^2)}$                       (e)  $\ln(y^4) + 4 \ln(y^{-1})$                       (f)  $\sqrt{\pi}^{\log_\pi(16)}$

**Lösung:**

- (a) 5                      (b)  $\ln(x^2 + e)$                       (c)  $-2 \log x$   
(d)  $(x - 1)^2$                       (e) 0                      (f)  $\pi^{\frac{1}{2} \log_\pi(16)} = \pi^{\log_\pi(\sqrt{16})} = 4$
- 

8. (Grenzwerte von Folgen) Berechnen Sie folgende Grenzwerte:

- (a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{n+1}$                       (b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - n^2 + 5}{5n^3 + 2n - 1}$

**Lösung:** (a) 1, (b) 2/5

---

9. (Elementare Funktionen) Welche Aussagen sind richtig?

- (a) Der Definitionsbereich einer Funktion  $f(x)$  ist stets  $\mathbb{R}$ .  
(b) Die Zahl 3 liegt im Definitionsbereich von  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{-x}}$ .  
(c) Die Funktion  $f(x) = x^2 + 2$  hat keine Nullstellen.  
(d) Der Definitionsbereich von  $f(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{-x}$  besteht nur aus der Zahl 0.  
(e) Ist eine Funktion monoton wachsend, so ist sie auch monoton fallend.

**Lösung:** (a) falsch, (b) falsch, (c) wahr, (d) wahr, (e) falsch

---

10. (Elementare Funktionen) Welche der folgenden  $x$ -Werte sind Nullstellen der Tangens-Funktion?

- (a)  $\tan\left(\frac{-3\pi}{2}\right)$                       (b)  $\tan(8\pi)$                       (c)  $\tan\left(\frac{11\pi}{2}\right)$                       (d)  $\tan(0)$

**Lösung:** (a) falsch, (b) wahr, (c) falsch, (d) wahr

---

11. (Elementare Funktionen) Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (a) Die log-Funktion hat eine senkrechte Asymptote bei  $x = 1$ .  
(b) Die Funktion  $\log(x)$  ist für negative Argumente  $x$  nicht definiert.  
(c) Es gilt  $\log_b(1) = 0$  für alle Basen  $b$ .

**Lösung:** (a) falsch, (b) wahr, (c) wahr

---

12. (Differenzialrechnung) Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

- (a)  $f'(x_0)$  berechnet sich durch  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(x_0 - h)}{x_0}$ .  
(b) Ist der Differenzenquotient  $\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 2x + hx$ , so ist  $f$  in  $x$  differenzierbar und  $f'(x) = 3x$ .

**Lösung:** (a) falsch, (b) falsch

---

13. (Grenzwerte) Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{2-x} = -1$                       (b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = \infty$

**Lösung:** (a) wahr, (b) falsch

---

14. (Differenzialrechnung) Es sei  $f'(x) = 5x^4$ . Dann gilt

- (a)  $f$  besitzt kein lokales Extremum.  
(b)  $f$  besitzt in 0 ein lokales Maximum.  
(c)  $f$  besitzt in 0 ein lokales Minimum.

**Lösung:** (a) wahr, (b) falsch, (c) falsch

---

15. (Differenzialrechnung) Sei  $f(x) = \cos^2(x) + \sin^2(x)$ . Welche Aussagen sind richtig?

- (a)  $f'(x) = 0$                       (b)  $f'(x) = 4 \cos(x) \sin(x)$       (c)  $f'(x) = 2 \cos(x) + 2 \sin(x)$

**Lösung:** (a) wahr, (b) falsch, (c) falsch

---

16. (Differenzialrechnung) Wir betrachten  $f(x) = 1 - x^2$  mit  $x$  aus dem Intervall  $[0; 1]$ . Wo besitzt  $f$  lokale Extrema?

- (a)  $f$  besitzt keine lokalen Extrema auf  $[0; 1]$ .  
(b)  $f$  besitzt ein lokales Maximum in 0 und ein lokales Minimum in 1.  
(c)  $f$  besitzt ein lokales Minimum in 0 und ein lokales Maximum in 1.

**Lösung:** (a) falsch, (b) wahr, (c) falsch

---

17. (Integralrechnung) Welche Funktionen sind Stammfunktionen von  $f(x) = 2e^x + \frac{2}{x} + 4x + 5$  für  $x > 0$ ?

- (a)  $F(x) = 2e^x - \frac{1}{x^2} + 2x^2 + 5x$                       (b)  $F(x) = 2e^x + 2 \ln(x) + 2x^2 + 5x$   
(c)  $F(x) = 2e^x - \frac{1}{x^2} + 4x^2 + 5x$                       (d)  $F(x) = 2e^x + 2 \ln(x) + 2x^2 + 5x + 3$

**Lösung:** (a) falsch, (b) wahr, (c) falsch, (d) wahr

---