LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN
FAKULTÄT FÜR BIOLOGIE

Prof. Andreas Herz, Dr. Stefan Häusler
Department Biologie II
Grosshadernerstr. 2
82152 Planegg-Martinsried

email: haeusler@biologie.uni-muenchen.de
Telefon: 089-2180-74800
Fax: 089-2180-74803

4. Übung — Mathematik für Studierende der Biologie — 8.11.2017

Abgabe am 14.11.2017 vor der Vorlesung. Die Aufgaben werden in den Tutorien vom 16. und 17. November besprochen. Aktuelle Infos und Übungszettel finden Sie unter:
`http://neuro.bio.lmu.de/teaching/mathe-bio_ws17-18/index.html`

---

1. (Umkehrfunktionen) [1 P]
Wie lauten die Umkehrfunktionen folgender Funktionen? Schränken Sie ggf. den Definitionsbereich ein, um die Funktion bijektiv zu machen. Geben Sie jeweils den Definitionsbereich und den Wertebereich an.

(a) $f(x) = 2x - 4$

(b) $g(x) = x^2 + 1$

(c) $z(t) = \sin(t - \pi/2)$

(d) $r(\varphi) = 1/(2\varphi)$

2. (Komposition von Funktionen) [1 P]
Konstruieren Sie schrittweise Kompositionen von Funktionen. Wie lautet die resultierende Funktion? Schreiben Sie ihre mathematische Gleichung und skizzieren Sie die Funktion.

(a) Beginnen Sie mit $\sin(x)$.

1. Spiegeln Sie die Funktion an der y-Achse und
2. Verschieben Sie die Funktion anschließend um $\pi/2$ nach links.

(b) Beginnen Sie mit e^x.

1. Stauchen Sie die Funktion um den Faktor 2 in x-Richtung,
2. Verschieben Sie die Funktion um 1 nach rechts und um 1 nach oben und
3. Spiegeln Sie die Funktion an der x-Achse.

3. (Komposition von Funktionen, Umkehrfunktionen) [1 P]
Skizzieren Sie die Funktion $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}, f(x) = e^{-(x-1)^2}$ und wie sie sich aus den einzelnen Komponenten zusammensetzt. Welchen Definitionsbereich, welche Ziel- und Wertemenge hat die Funktion? Ist sie injektiv und/oder surjektiv? Geben Sie einfache Beispiele für Bereiche an, auf denen sich $f(x)$ umkehren läßt! Wie lautet dort jeweils die Umkehrfunktion?

4. (Additionstheoreme) [1 P]
Formen Sie die folgenden Ausdrücke mit Hilfe der Additionstheoreme so um, dass sie in der Form $a\sin(b)$ oder $a\cos(b)$ geschrieben werden können.

(a) $4\cos(t)\sin(t)$ (b) $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ (c) $3\cos^2 z - 3\sin^2 z$

Hinweis: Bringen Sie die Terme in (a) und (c) zuerst in die Form $\sin x \cos y \pm \cos x \sin y$ oder $\cos x \cos y \pm \sin x \sin y$, um die Additionstheoreme in umgekehrter Richtung anwenden zu können.

(bitte wenden)

5. (Trigonometrische Umkehrfunktionen) [1 P]
Drücken Sie die folgenden Terme ohne trigonometrische Funktionen ($\sin$, $\cos$, $\tan$, etc.) aus. Überlegen Sie anhand einer graphischen Identifizierung am Einheitskreis. Geben Sie jeweils den maximalen Definitions- und Wertebereich an:

(a) $\sin[\arccos(x)]$ (b) $\cos[\arctan(x)]$

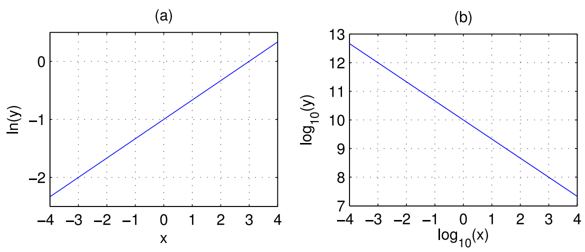
(c) $\tan[\arcsin(x)]$ (d) $\arccos[\sin(x)]$

6. (Ableitungsregeln) [1 P]
Berechnen Sie unter Verwendung der Formel für die Ableitung einer Umkehrfunktion die erste Ableitung der folgenden Funktionen.

(a) $f(x) = \arccos(x)$ (b) $f(x) = \text{arccot}(x)$

7. (Binomischer Satz) [1 P]
Bestimmen Sie den Wert des Ausdrucks $(-1-x)^6$ mit dem Taschenrechner für $x = 1/100$. Schreiben Sie dann den Ausdruck mit Hilfe des binomischen Satzes aus, berechnen Sie die lineare und quadratische Näherung *ohne* Taschenrechner und vergleichen Sie sie mit dem exakten Resultat.

8. (Logarithmus) [1 P]
Beschreiben Sie folgende Graphen jeweils durch eine Funktion $y = f(x)$.



Hinweis: Beschreiben Sie hierfür die Graphen zuerst jeweils durch eine lineare Gleichung der Variablen, welche auf beiden Achsen dargestellt sind. Definieren Sie dazu $u = x, v = \ln(y)$ (für Beispiel a) und $u = \log_{10}(x), v = \log_{10}(y)$ (für Beispiel b) und bestimmen Sie dann jeweils die Funktion $v = f(u)$. Formen Sie danach die Funktion $v = f(u)$ jeweils in die zu bestimmende Funktion $y = f(x)$ um.